Universidade Federal Fluminense
Curso: Sistemas de Informação
Disciplina: Fundamentos Matemáticos para Computação
Professora: Raquel Bravo

Gabarito da Lista de Exercícios sobre Princípios Aditivo e Multiplicativo

1. Suponha que para fazer uma viagem Rio-Belo Horizonte-Rio, eu posso usar como transporte o trem, o ônibus ou o avião. De quantas maneiras posso escolher os transportes se não desejo usar na volta o mesmo meio de transporte usado na ida?

   Resposta: Pelo princípio multiplicativo, temos $3.2 = 6$ maneiras de escolher os transportes, pois na ida tenho 3 possibilidades: trem, ônibus ou avião. E na volta, como não desejo voltar no mesmo meio de transporte, tenho 2 possibilidades.

2. Quantas palavras com 4 letras diferentes podem ser formadas com um alfabeto de 26 letras?

   Resposta: A primeira letra da palavra pode ser escolhida de 26 maneiras, a segunda de 25 maneiras; a terceira, de 24 maneiras e a quarta, de 23 maneiras. Logo, pelo princípio multiplicativo, temos 26.25.24.23 palavras com 4 letras distintas.

3. Quantos inteiros há entre 100 e 999, inclusive, cujos algarismos são distintos?

Resposta: Pelo princípio multiplicativo, temos $9.9.8 = 648$ algarismos distintos, pois o primeiro algarismo pode ser escolhido de 9 maneiras, o segundo, de 9 maneiras (pois para este caso temos 10 algarismos menos 1 para escolher, pois um já foi escolhido para ocupar o primeiro algarismo) e o terceiro, de 8 maneiras.

4. Quantos números de 3 dígitos são maiores que 390 e:

   a- têm todos os dígitos diferentes;

   Resposta: Vamos contar separadamente. Se o número não começar pelo algarismo 3, há 6 modos de selecionar o primeiro algarismo, 9 de selecionar o segundo, 8, o terceiro. Daí, pelo princípio multiplicativo, há $6.9.8 = 432$ números que não começam por 3.

   Se o número começar por 3, há 1 modo de escolher o primeiro dígito, 1 de escolher o segundo (deve ser igual a 9), 7 o terceiro. Há $1.1.7 = 7$ números que começam por 3.

   Então, pelo princípio aditivo, temos $432 + 7 = 439$ números de 3 dígitos que são maiores que 390 e que têm todos os dígitos diferentes.

   b- não têm dígitos iguais a 1, 3 ou 5

   Resposta: Se não possui dígitos 1, 3 ou 5, então teremos somente os dígitos $0, 2, 4, 6, 7, 8$ e 9.

   Como não possui dígito 3, temos que os números serão maiores ou iguais que 400, logo há 5 modos de selecionar o primeiro algarismo $(4, 6, 7, 8, 9)$, 7 de selecionar o segundo, e 7, o terceiro. Daí, pelo princípio multiplicativo, há $5.7.7 = 245$ números maiores que 390 com 3 dígitos e que não possuem dígitos 1, 3 ou 5.

c- têm as propriedades a e b simulatneamente

Resposta: Os números não possuem dígitos 1, 3 ou 5, isto é, possuem dígitos $0, 2, 4, 6, 7, 8, 9$, porém os dígitos são distintos.

Como não possui dígito 3, começaremos então pelos números maiores ou iguais a 400, logo há 5 modos de selecionar o primeiro algarismo $(4, 6, 7, 8, 9)$, 6 modos de selecionar o segundo e 5 modos de selecionar o terceiro. Daí, há $5.6.5 = 150$ números maiores que 390 com 3 dígitos e que não possuem dígitos 1, 3 ou 5 e são distintos.

5. Quantos são os gabaritos possíveis de um teste de 20 questões de múltipla escolha com 5 alternativas por questão?

Resposta: Cada questão tem 5 possibilidades de resposta, logo:

$$\begin{array}{l} Pelo\ princípio\ multiplicativo, \\ temos\ \ 5 \times 5 \times 5 \times \ldots 5 \times = 5^{20} \end{array} \left\{ \begin{array}{c} Questão\ \ 1 : 5\ \ possibilidades \\ Questão\ \ 2 : 5\ \ possibilidades \\ \vdots \\ Questão\ \ 20 : 5\ \ possibilidades \end{array} \right.$$

6. Quantos divisores tem o número $N = 2^3 \times 3^2 \times 5^4$?

Resposta: Seja o número $N = 2^3 \times 3^2 \times 5^4$.

Os divisores de N são da forma $2^\alpha \times 3^\beta \times 5^\gamma$, com $\alpha = \{0, 1, 2, 3\}$, $\beta = \{0, 1, 2\}$ e $\gamma = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Daí, pelo princípio multiplicativo temos $4.3.5 = 60$ divisores de N.

No geral, temos: Seja o número $M = a^m \times b^n \times c^p$

Os divisores de M são da forma $a^\alpha \times b^\beta \times c^\gamma$, com $\alpha = \{0, 1, 2, \ldots, m\}$, $\beta = \{0, 1, \ldots, n\}$ e $\gamma = \{0, 1, \ldots, p\}$. Há $(m + 1)$ modos de escolher o valor de α, $(n + 1)$, o de β e $(p + 1)$, o de γ. Daí, a resposta é $(m + 1).(n + 1).(p + 1)$.

7. Quantos são os números de 4 dígitos que possuem pelo menos dois dígitos iguais?

   Resposta: Há $9.10.10.10 = 9000$ números naturais de 4 dígitos e $9.9.8.7 = 4536$ naturais de 4 dígitos diferentes.

   Daí, pelo princípio aditivo e multiplicativo, temos $9000 - 4536 = 4464$ números de 4 dígitos que possuem pelo menos dois dígitos iguais.